

Indhold

Forord	1
1 Differentialligninger af n'te orden	3
1.1 Introduktion	3
1.2 Den homogene ligning	6
1.3 Den inhomogene ligning	10
1.4 Overføringsfunktioner	11
1.5 Frekvenskarakteristikker	14
1.6 Ligninger med variable koefficienter	18
1.7 Partielle differentialligninger	20
2 Systemer af differentialligninger af 1. orden	21
2.1 Introduktion	22
2.2 Den homogene ligning	24
2.3 Fundamentalmatricen	30
2.4 Den inhomogene ligning	31
2.5 Systemer med variable koefficienter	36
2.6 Overføringsfunktioner for systemer	37
2.7 Stabilitet for homogene systemer	42
2.8 Stabilitet for inhomogene systemer	51
3 Ulineære differentialligninger	55
3.1 Introduktion	55
3.2 1-dimensionale autonome systemer	60

3.3	2-dimensionale autonome systemer	64
3.4	Systemer af dimension 3 eller højere. Kaos.	66
4	Uendelige rækker med konstante led	71
4.1	Taylors sætning	72
4.2	Uendelige rækker af tal	75
4.3	Vurdering af summen af en uendelig række	83
4.4	Alternerende rækker	89
5	Uendelige rækker med variable led	91
5.1	Kvotientrækker	92
5.2	Potensrækker	94
5.3	Generelle uendelige rækker af funktioner	102
5.4	Uniform konvergens	106
6	Fourieranalyse	117
6.1	Fourierrækker	117
6.2	Fouriers sætning og approksimation via Fourierrækker	123
6.3	Fourierrækker på kompleks form	128
6.4	Parsevals sætning	132
6.5	Fourierrækker og Hilbertrum	135
6.6	Fouriertransformationen	139
6.7	Wavelets	143
7	Differentialligninger og uendelige rækker	153
7.1	Eksponentialmatricen	153
7.2	Potensrækkemetoden	158
7.3	Fourierrækkemetoden	163
7.4	Approksimation i effekt	167
Appendiks A: Beviser og kommentarer		171
A.1	Definitioner og notation	171
A.2	Uendelige rækker	173
Appendiks B: Tabel over rækkefremstillinger		185
B.1	Potensrækker	185
B.2	Fourierrækker for 2π -periodiske funktioner	186
Appendiks C: Fourierrækker for T-periodiske funktioner		187
C.1	Fourierrækker for T -periodiske funktioner	187
Maplekompendium		189
D.1	Generelt	189
D.1.1	Dekomposition	189
D.1.2	Egenverdier og egenvektorer, eksponentialmatrix	189
D.2	Differentialligninger	190

D.2.1	Løsning af differentialligning	190
D.3	Differentialligningssystemer	191
D.3.1	Løsning af differentialligningssystem	191
D.3.2	Faseportrætter	192
D.3.3	Frekvenskarakteristikker	193
D.4	Uendelige rækker	195
D.4.1	Kvotientkriteriet	195
D.4.2	Kvotientkriteriet – rækker med variable led	195
D.4.3	Bestemmelse af summen af uendelig række	196
D.4.4	Integralkriteriet og sætning 4.23	197
D.4.5	Fourierrækker	198
Symbolliste		201
Opgavesamling		203
F.1	Uendelige rækker	203
F.2	Fourierrækker	218
F.3	n 'te ordens differentialligninger	226
F.4	Systemer af differentialligninger	230
F.5	Eksamensopgaver	239
Litteratur		247
Indeks		249

Forord

Denne lærebog er udformet til kurset Matematik 2, der udbydes ved Institut for Matematik, DTU. De vigtigste emner er lineære n 'te ordens differentialligninger, systemer af 1.ordens differentialligninger, samt generelle uendelige rækker og Fourierrækker. For at kunne få udbytte af bogen kræves et godt kendskab til generel funktionsteori, simple differentialligninger af 1.orden og 2.orden, samt lineær algebra.

Bogen er i høj grad baseret på tidligere lærebogsmateriale fra Institut for Matematik. Meget af materialet går i sin grundform tilbage til bøgerne *Matematisk Analyse I-IV*, som Helge Elbrønd Jensen forfattede i 1974, og siden reviderede i samarbejde med Tom Høholdt og Frank Nielsen. Visse afsnit i bogen er reviderede udgaver af senere noter og bøger fra instituttet, skrevet af Martin Bendsøe og Wolfhard Kliem, henh. Poul G. Hjorth.

Kapitlerne om uendelige rækker er en oversat udgave af kapitel 2 og 3 i bogen [5], suppleret med flere eksempler og beviser.

Hermed rettes en tak til alle de kolleger, der gennem tiden har bidraget til udformningen af materialet i denne bog; endvidere takkes Poul G. Hjorth, der har udfærdiget afsnit 3.2–3.4 og figuren på forsiden, samt Preben Alsholm, Ernst E. Scheufens og Ole Jørsboe, der har bidraget med forslag til tilføjelser og rettelser. Jeg ønsker også at takke de hjælpelærere og studerende, der har bidraget med forslag til forbedringer i tidligere udgaver af manuskriptet.

Ole Christensen
Institut for Matematik, DTU,
Juni 2006