

## ”Abelprisen – Matematikkens Nobelpris”

Af Nils A. Baas, Johan P. Hansen og Ib Madsen\*

Hvert år uddeles Nobelpriser i fysik, kemi og medicin, samt i litteratur. Fredsprisen er overladt til det norske Storting. Men i matematik er der ingen Nobelpris, og der findes heller ikke nogen fornuftig eller troværdig forklaring på det. Der findes andre priser i matematik, ingen dog med samme prestige og tyngde som Nobelprisen.

Men i 2001 vedtog den norske regering med Stortingets samtykke at oprette Abelprisen til ære for den norske matematiker Niels Henrik Abel (1802-29). Han regnes som et af matematikkens store genier, selvom han ikke engang blev 27 år gammel. Abelprisen blev indstiftet i 2002 i forbindelse med 200 års jubilæet for Niels Henrik Abels fødsel. Der oprettedes en fond på 200 millioner norske kroner, hvis afkast skal bruges til en pris for fremragende matematisk forskning samt til at fremme interessen for matematik generelt og særligt blandt børn og unge. Den årlige pris er på 6 millioner norske kroner! Beløbets størrelse gør i sig selv Abelprisen tung og prestigefyldt og målet er jo, at den skal blive ”matematikkens Nobelpris”. Prisen uddeles af Kong Harald og efterfølgende inviterer den norske regering til officiel middag på Akerhus Slot. Prisvinderne udpeges hvert år af en international komité nedsat af Det Norske Vitenskapsakademi.

Den første officielle uddeling skete i 2003, og prisen gik da til franskmanden Jean-Pierre Serre for hans fundamentale arbejder i topologi, algebraisk geometri og talteori.

Årets Abelpris skal tildeles briterne Sir Michael F. Atiyah og amerikaneren Isadore M. Singer for et meget dybt resultat som kaldes *indekssætningen*. Uddelingen sker den 25. maj i Oslo. Ugen efter vil Professor Singer holde foredrag ved 50-års jubilæet for Matematisk Institut og Det Naturvidenskabelige Fakultet ved Aarhus Universitet.

I et samarbejde mellem Den Norske Ambassade i København og Dansk Matematisk Forening vil man gøre det til en tradition, at vinderne af Abelprisen hvert år kommer til Danmark i efteråret, som J.-P. Serre gjorde det sidste år. Dermed har Danmark fået et naturligt og frugtbart samarbejde med Abelprisen - et samarbejde som vil udbygges med henblik på at styrke interessen for matematik blandt børn og unge i Norge og Danmark.

Niels Henrik Abel blev født den 5. august 1802, og voksede op i Gjerstad i Norge, hvor hans far var præst. Abel-slægten var indvandret til Norge fra Sønderjylland i 1700-tallet. Allerede som 16-årig viste han usædvanlige matematiske evner. Hvad i hans korte liv har gjort ham så berømt?

Mange har slidt med andengradslikninger i skolen. Disse er dog enkle at løse. Tredje- og fjerdegradslikninger er en del værre, men de var dog forlængst løst på Abels tid. Derimod var et af de store problemer i datidens matematik om femtegradslikninger og højere-gradslikninger kunne løses på samme måde.

Allerede som 18 årig i gymnasiet begyndte Abel at arbejde med dette problem. Han mente først at have fundet en positiv løsning. Hans lærer og professorerne i Christiania (Oslo) fandt ingen fejl og løsningen blev sendt til professor Degen i København. Degen fandt heller ingen fejl, men udtrykte skepsis til løsningen og bad Abel undersøge nogle eksempler nærmere. Abel fandt dernæst selv fejlen i sin løsning.

For en ung matematiker som Abel, ganske som det er tilfældet for vore dages unge, var det af stor betydning at komme ud i verden for at møde andre matematikere. Drømmen var at komme til Paris, Berlin og Göttingen; men på grund af økonomien gik hans første udlandsrejse blot til København. Det var i sommeren 1823. Her arbejdede han blandt andet med "*Fermats sidste sætning*", som han ikke var i stand til at vise. Sætningen blev faktisk først vist i 1995 af englænderen Andrew Wiles.

Abels moster var gift i København og ved et selskab hos hende, traf han sin senere forlovede Christine Kemp. Abel vendte hjem fra København i glimrende humør, og begyndte nu for alvor at arbejde med det, som var blevet hans hovedinteresse: ligningsteorien og elliptiske funktioner.

I 1824 viste Abel overraskende, at den generelle femtegradsligning ikke kan løses ved roduddragning. Dette problem havde matematikerne kæmpet med i over 300 år. Resultatet og den anvendte metode, der var en virkelig nyskabelse, bragte Abel ind i kredsen af de virkelig store matematikere.

Sammen med franskmændene E. Galois' artikler udmøntede Abels metode sig i gruppebegrebet, som er en fundamental byggesten for den videre matematik og moderne naturvidenskab. Senere bevægede Abel sig ind i andre centrale matematiske områder, hvor han kom med revolutionerende bidrag, som har påvirket næsten al senere matematik i en eller anden form.

Han var utvivlsomt et stort matematisk geni, og fremstod nærmest som et videnskabeligt lynnedslag i den unge norske nation. Hans liv blev kort. Han fik tuberkulose og døde 26 år gammel i Norge, uden fast arbejde og blot to dage før, at et brev med en kaldelse til et professorat i Berlin ankom. Alle disse omstændigheder har ført til, at Abel har fået en speciel plads i norsk historie. Selv i dag har de fleste gymnasier i Norge hørt om Abel.

I forbindelse med Abel-jubilæet startede man i Norge en matematikkonkurrence for skoleklasser, som blev kaldt Kap Abel – en morsom sproglig dualitet, der spiller på kapabel og det at kappes. Ideen opstod i den lille norske kommune Froland, som ligger tæt ved det sted Abel boede den sidste tid af sit liv. I 1996 havde en international undersøgelse afsløret, at det stod dårligt til med norske skoleelevers matematiske kundskaber, ganske som det var tilfældet i Danmark. Hvorfor ikke forsøge at motivere eleverne ved at gøre som i idrætten? Som sagt så gjort. Første KappAbel fandt sted i Norge i 1997. Den er blevet en forbavsende succes, deltagerantallet har passeret de 10.000. KappAbel konkurrencen bredte sig i år til Danmark uden endnu at være blevet fuldt landsdækkende.

Årets 1. og 3. plads i Danmark gik til klasser i Århus, 2. pladsen til en klasse fra Silkeborg. I forbindelse med fakultetets jubilæum den 4. juni hædres de tre klasser ved et arrangement på Matematisk Institut, Aarhus Universitet, hvor eleverne blandt andet får mulighed for at møde Abelpris vinderen professor I. M. Singer.

Isadore M. Singer er amerikaner med jødisk baggrund og har tilbragt det meste af sit akademiske liv ved Massachusetts Institute of Technology (MIT) i Boston. Han har også været en vigtig videnskabelig rådgiver for den amerikanske kongres, og er blevet tildelt The National Medal of Science i USA. Matematisk har han givet fundamentale bidrag til geometri, topologi og analyse. Ligesom Atiyah har han været en forudsfigur i at bedre kontakten mellem matematik og fysik.

Sir Michael Atiyah er britisk, men hans baggrund er blandet. Faderens familie var libanesisk og han voksede op i Khartoum i Sudan, skønt hans mor var skotte. Han blev uddannet i Cairo og Oxford. Senere blev han professor i Oxford og Princeton. Han blev i 1966 tildelt den prestigefyldte Fields-medalje. I Cambridge havde han det ærefyldte job som Master ved Trinity College. Samtidig var han Director ved Newton Instituttet og President i Royal Society. Han har givet omfattende og fundamentale bidrag til flere af matematikkens områder, såsom topologi, geometri, analyse og matematisk fysik.

Både Atiyah og Singer er inviterede til 50 års jubilæet for Matematisk Institut og Det Naturvidenskabelige Fakultet. Singer vil holde festforelæsningsen og muligvis får også Atiyah mulighed for at komme.

*De to får prisen "for at have opdaget og bevist indeksteoremet som knytter topologi, geometri og analyse til hinanden, og den fremtrædende rolle, de har haft når det gælder at bygge bro mellem matematik og teoretisk fysik."*

De beviste indeksteoremet tidligt i 1960'erne og arbejdede sammen i ca. 20 år – først med udviklingen og beviset af teoremet, senere med videreføring af ideerne fra teoremet. Til deres store overraskelse viste det sig, at teoremet havde vidtrækkende anvendelser også i fysik. Dette gjorde, at de begge blev centrale drivkræfter i at knytte matematik og teoretisk fysik nærmere hinanden. Denne indsats har båret meget store frugter.

Atiyah-Singer indeksteorem er et af højdepunkterne i forrige århundredes matematik. Vi vil prøve at give en lille idé om, hvad dette teorem går ud på.

Mange fænomener i naturen lader sig beskrive og modellere ved hjælp af differentialligninger - udtryk, der beskriver forandringer. Planetbevægelser, bevægelse i væsker og udviklingen i vejret er fænomener, der beskrives ved differentialligninger.

På grund af fysiske og geometriske betingelser er disse differentialligninger ofte defineret på komplicerede højere dimensionale flader. Det kan være overfladen af en kugle, en badering eller et meget mere kompliceret geometrisk område.

I mange tilfælde er det desværre håbløst at finde alle løsninger til disse differentiaalligninger. Atiyahs og Singers store fortjeneste var, at de indså, at det imidlertid er muligt at besvare et andet nærliggende spørgsmål, nemlig "Hvor mange løsninger kan et sådan system have?" Atiyah-Singers indeksteorem fortæller os nemlig, at dette nærliggende spørgsmål er meget lettere at besvare, og at svaret kun afhænger af formen på det geometriske område, hvor modellen finder sted.

Til det aktuelle system af differentiaalligninger tilordnede de et tal – det analytiske indeks – som udtrykker antallet af løsninger. Derefter så de på det komplicerede geometriske område, som differentiaalligninger er definerede på. Til det knyttede de et nyt tal – den topologiske indeks – som kan beregnes ved topologiske og geometriske metoder.

Indeksteomet siger da: Topologisk indeks = Analytisk indeks.

Derved knyttes analyse sammen med topologi og geometri på en uhyre generel måde.

Sætningen samt de tilknyttede begreber og metoder, har vist sig uhyre frugtbare i den videre matematiske udvikling og i teoretisk fysik bl.a. i den såkaldte *Strengteori*.

Det topologiske indeks beregnes og studeres ved avancerede metoder, som er blevet udviklet i de sidste 40 år – specielt det som kaldes K-teori. Indenfor dette område har Matematisk Institut i Aarhus spillet en central rolle i udviklingen og derved opnået en meget stærk international position.

Af og til kan man håbe at videnskaben kan være en model for resten af verden. Ligesom her: tænk, en araber og en jøde som har samarbejdet intenst i over 20 år og opnået fantastiske resultater. Kunne det bare være lige sådan i Mellemøsten!

\*)

Professor Nils A. Baas, NTNU, Trondheim, Norge, pt. Matematisk Institut, Aarhus Universitet

Institutleder Johan P. Hansen, Matematisk Institut, Aarhus Universitet

Professor Ib Madsen, Matematisk Institut, Aarhus Universitet