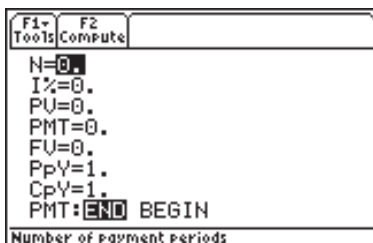


12

Finans applikationen

Tast **[APPS]** og vælg **Finance** i listen over Flash-applikationer:



Det sidste skærbillede viser de finansielle variabler, Finansapplikationen benytter sig af, og hvilke værdier de aktuelt har. Måske viser din maskine nogle andre værdier, men det betyder intet. De enkelte variabler betyder meget kort fortalt:

Tip

I statuslinjen kan du se, hvad den enkelte variabel betyder.

N	Antal terminer
I%	(Nominel) rente
PV	Nutidsværdi (Present Value)
PMT	Ydelse eller indbetaling pr. termin (PayMenT)
FV	Fremtidsværdi (Future Value)
PpY	Antal betalinger pr. periode (Payment periods per Year)
CpY	Renteterminer pr. periode (Compounding periods per Year)
PMT :	Angiver om en betaling falder i starten eller i slutningen.

Finansapplikationen er en TVM-Solver (Time-Value-Money), der bestemmer én ukendt blandt de fem variabler **N**, **I%**, **PV**, **PMT** og **FV** givet de fire øvrige. Variablerne **PpY** og **CpY** har kun til formål at konvertere **I%** til en periodevis rente (mere herom senere).

I TVM-solveren kan enhver standardopgave i rentesregning løses blot ved at indtaste værdier til de relevante variabler. Dog skal man tage sig i agt for én vigtig ting:

I TVM-solveren skal beløb, som du skal give ud, indtastes som negative tal.

Rentesregning - simpel rente

Ved brug af ovenstående variabler kan formelen for fast procentfremskrivning formuleres således:

$$FV = PV \cdot (1 + i\%)^N$$

500 kr. indsættes på en konto til 3% pr. termin. Hvad er beløbet vokset til efter 12 terminer?

Indtast værdier til TVM-variablerne, som vist nedenfor på det første skærm-billede. Da du skal indsætte 500 kr. på kontoen, skal du give 500 kr. ud – derfor skal PV tildeles værdien -500. Placer markøren ud for den ukendte størrelse (her FV), og start TVM-solveren med $\boxed{F2}$:(Compute)

F1- Tools	F2 Compute
N=12.	
I%=3.	
PV=-500.	
PMT=0.	
FU=0.	
PpY=1.	
CpY=1.	
PMT: \boxed{END} BEGIN	
Future value	

F1- Tools	F2 Compute
N=12.	
I%=3.	
PV=-500.	
PMT=0.	
FU=712.88	
PpY=1.	
CpY=1.	
PMT: \boxed{END} BEGIN	
Future value	

Et beløb er på 24 terminer vokset til 4998.90 kr. Renten har været 5% pr. termin. Hvor stort et beløb blev oprindeligt indsat?

F1- Tools	F2 Compute
N=24.	
I%=5.	
PV=0.	
PMT=0.	
FU=4998.9	
PpY=1.	
CpY=1.	
PMT: \boxed{END} BEGIN	
Present value	

F1- Tools	F2 Compute
N=24.	
I%=5.	
PV=-1550.	
PMT=0.	
FU=4998.9	
PpY=1.	
CpY=1.	
PMT: \boxed{END} BEGIN	
Present value	

Den negative værdi af PV skal tolkes som en udgift for dig på 1550 kr.

Et beløb på 6500 kr. er vokset til 11402.50 ved 20 rentetilskrivninger. Hvad har renten været?

Tip

Du behøver ikke at nulstille den variabel, du løser med hensyn til.

F1- Tools	F2 Compute
N=20.	
I%=0.	
PV=-6500.	
PMT=0.	
FV=11402.5	
PpY=1.	
CpY=1.	
PMT:END BEGIN	
Interest rate	

F1- Tools	F2 Compute
N=20.	
I%=2.85	
PV=-6500.	
PMT=0.	
FV=11402.5	
PpY=1.	
CpY=1.	
PMT:END BEGIN	
Interest rate	

1000 kr. er vokset til 2025.82 kr ved et antal rentetilskrivninger på 4%. Hvor mange rentetilskrivninger er der foretaget?

F1- Tools	F2 Compute
N=0.	
I%=4.	
PV=-1000.	
PMT=0.	
FV=2025.82	
PpY=1.	
CpY=1.	
PMT:END BEGIN	
Number of payment periods	

F1- Tools	F2 Compute
N=18.	
I%=4.	
PV=-1000.	
PMT=0.	
FV=2025.82	
PpY=1.	
CpY=1.	
PMT:END BEGIN	
Number of payment periods	

Nominal og effektiv rente

Hvis der er N terminer i et år, så er sammenhængen mellem terminsrenten r_{termin} og den årlige nominelle rente r_{nominel} bestemt ved

$$r_{\text{termin}} = \frac{r_{\text{nominel}}}{N}$$

Banker oplyser almindeligvis blot den nominelle rente og regner på følgende måde:

Et lån optages til den nominelle rente 12% med kvartalsvis rentetilskrivning. Kvartalsrenten findes ved division med 4, altså 3%.

Men at tilskrive 3% rente 4 gange er *ikke* det samme som at tilskrive 12% rente en enkelt gang.

Hvis nemlig kapitalen K tilskrives 3% rente 4 gange, vokser kapitalen til

$$K \cdot (1+3\%)^4 = K \cdot 1.03^4 = K \cdot 1.1255$$

hvilket svarer til, at K tilskrives 12.55% i rente på årsbasis. Dette kaldes den effektive rente, der mere generelt er bestemt ved formlen:

$$r_{\text{effektiv}} = \left(1 + \frac{r_{\text{nominel}}}{N}\right)^N - 1$$

og ved at isolere r_{nominel} fås den omvendte formel:

$$r_{\text{nominel}} = \left(\sqrt[N]{r_{\text{effektiv}} + 1}\right)^N - 1$$

TI-89 har disse omregningsformler indbyggede:

Find den nominelle rente svarende til den effektive rente 12.55%, når rentetilskrivningen sker kvartalsvis.

Hvis du befinder dig i Finance-applikationen, kan du skifte til hovedskærmen ved at taste **[HOME]**. Sæt antallet af decimaler til 2 (**[MODE]**).

Funktionen, du skal benytte, hedder **Nom**. Du kan skrive **Nom** direkte i hovedskærmen eller du kan hente funktionen i Catalog (**[CATALOG]**) under menupunktet **Flash Apps** (**[F3]**). Begge metoder er vist nedenfor:

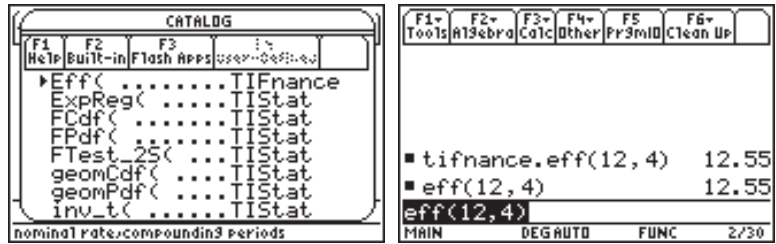
Applikationspræfikset **tifinance** tilføjes for ikke at få uheldige navnesammenfald med andre applikationer. Når kommandoerne hentes i Catalog sættes præfikset automatisk på.



Læg mærke til statuslinjen i det første skærmbillede ovenfor. Her kan du se den syntaks der forventes. Du kan forstørre ved at taste **[F1]**.

Find den effektive rente svarende til den nominelle rente 12%, når rentetilskrivningen sker kvartalsvis.

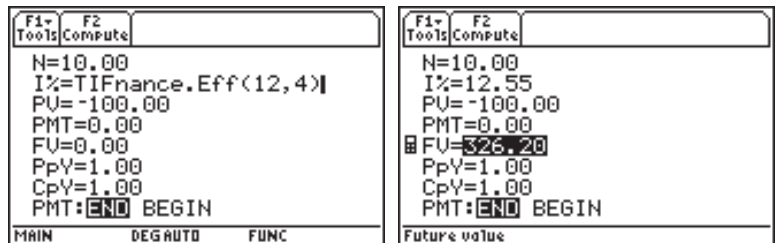
Løses helt tilsvarende. Her skal du blot benytte funktionen Eff:



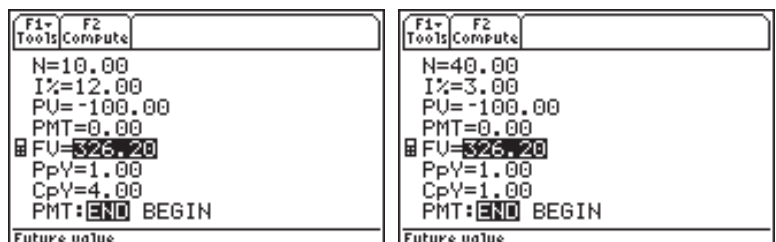
100 kr. sættes til forrentning til 12% p.a. nominelt med kvartalsvis rentetilskrivning. Hvad er beløbet vokset til efter 10 år?

Indtast $N=10$, $PV=-100$. Placer markøren i $I\%$ og hent Eff i Catalog, og indtast som vist på det første skærmbillede nedenfor. Så snart du fjerner markøren fra $I\%$ -feltet, vil Eff (12, 4) blive regnet ud. Placer markøren i FV -feltet og tast $[F2]$:

Hvis maskinen er indstillet til at vise 2 decimaler, anbringes .00 automatisk efter alle heltal.



Det samme resultat vil du få, hvis du indtaster $I\%=12$ og sætter antallet af renteterminer pr. år (CpY) til 4 (det første skærmbillede nedenfor).



Naturligvis kunne du også sætte $N=40$ og $I\%=3$ svarende til 40 kvartaler med 3% i rente pr. kvartal (det andet skærmbillede ovenfor).

Opsparingsannuitet

Ved en opsparingsannuitet indbetales der hver termin (fx måned, kvartal, år) et fast beløb. Dette beløb skal tildeles TVM-variablen **PMT** med et minus på, da det jo er en udgift. Hvis terminsrenten er oplyst, tildeles denne variabelen **I%**, og **PpY** samt **CpY** sættes til 1. Hvis derimod den årlige (nominelle) rente er oplyst, kan denne tildeles variabelen **I%**, og antallet af terminer pr. år tildeles variablerne **PpY** og **CpY**, der normalt er det samme.

På en konto indsættes hver måned 500 kr. i 4 år. Den månedlige rente er 1.2%. Hvor meget står der på kontoen efter 4 år ?

Sæt antal decimaler til 2 og tildel TVM-variablerne de viste værdier, placér markøren ved **FV** og tast **[F2]**:

F1- Tools	F2 Compute
N=48.00	
I%=1.20	
PV=0.00	
PMT=-500.00	
FV=0.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Future value	

F1- Tools	F2 Compute
N=48.00	
I%=1.20	
PV=0.00	
PMT=-500.00	
FV=32200.83	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Future value	

Der står altså 32200.83 kr. på kontoen efter 4 år. Havde du i stedet fået oplyst den årlige (nominelle) rente 14.4%, kunne du ved lidt hovedregning finde den månedlige rente som $14.4\% / 12 = 1.2\%$, men du kan også foretage variabeltildelingen som vist nedenfor:

Hvis du ændrer PpY til 12 og flytter markøren fra dette felt, vil CpY automatisk sættes til samme værdi som PpY.

F1- Tools	F2 Compute
N=48.00	
I%=14.40	
PV=0.00	
PMT=-500.00	
FV=0.00	
PpY=12.00	
CpY=12.00	
PMT:END BEGIN	
Future value	

F1- Tools	F2 Compute
N=48.00	
I%=14.40	
PV=0.00	
PMT=-500.00	
FV=32200.83	
PpY=12.00	
CpY=12.00	
PMT:END BEGIN	
Future value	

Hvor stor skal indbetalingen pr. termin være, hvis renten er 8% pr. termin, antallet af indbetalinger er 30, og saldoen skal være 500000 efter sidste indbetaling ?

F1- Tools	F2 Compute
N=30.00	
I%=8.00	
PV=0.00	
PMT=0.00	
FV=500000.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Payment amount	

F1- Tools	F2 Compute
N=30.00	
I%=8.00	
PV=0.00	
PMT=-4413.72	
FV=500000.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Payment amount	

Hvor lang tid tager det at spare 100000 kr. op ved en månedlig indbetaling på 3000 kr. og en årlig nominal rente på 8.5% ?

F1- Tools	F2 Compute
N=0.00	
I%=8.50	
PV=0.00	
PMT=-3000.00	
FV=100000.00	
PpY=12.00	
CpY=12.00	
PMT:END BEGIN	
Number of payment periods	

F1- Tools	F2 Compute
N=30.03	
I%=8.50	
PV=0.00	
PMT=-3000.00	
FV=100000.00	
PpY=12.00	
CpY=12.00	
PMT:END BEGIN	
Number of payment periods	

Af det andet skærbillede ses, at efter 30 måneder er der opsparret 100000 kr.

Et beløb på 5000 kr. opsaves ved 24 månedlige indbetalinger på 200 kr. Find renten pr. måned.

F1- Tools	F2 Compute
N=24.00	
I%=0.00	
PV=0.00	
PMT=-200.00	
FV=5000.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Interest rate	

F1- Tools	F2 Compute
N=24.00	
I%=0.35	
PV=0.00	
PMT=-200.00	
FV=5000.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Interest rate	

Gældsannuitet

Beregninger i forbindelse med låneafvikling følger stort set samme melodi som opsparingsannuitet:

Et annuitetslån på 50000 kr. med en terminsrente på 6% skal afvikles over 30 terminer. Hvor stor en ydelse skal betales?

F1	F2
Tools	Compute
N=30.00	
I%=6.00	
PU=50000.00	
PMT=0.00	
FV=0.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Payment amount	

F1	F2
Tools	Compute
N=30.00	
I%=6.00	
PU=50000.00	
PMT=-3632.45	
FV=0.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Payment amount	

Bemærk, at PMT får en negativ værdi, hvilket harmonerer med, at du har en udgift på 3632.45 kr. pr. termin.

Et lån på 4295 kr. skal afdrages over 24 måneder med en ydelse på 256 kr. pr. måned. Find den månedlige rente.

Specielt til denne type opgaver er TVM-solveren interessant, idet man tidligere var henvist til tabeller for at løse den slags opgaver. Problemet er, at det ikke er muligt at isolere renten i gældsannuitetsformlen.

F1	F2
Tools	Compute
N=24.00	
I%=0.00	
PU=4295.00	
PMT=-256.00	
FV=0.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Interest rate	

F1	F2
Tools	Compute
N=24.00	
I%=3.09	
PU=4295.00	
PMT=-256.00	
FV=0.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Interest rate	

Renten er således 3.09% pr. måned.

De øvrige opgavetyper i gældsannuiteter løses helt analogt. I næste afsnit viser vi et eksempel, hvor antallet af terminer er ukendt.

Pensionsopsparingen

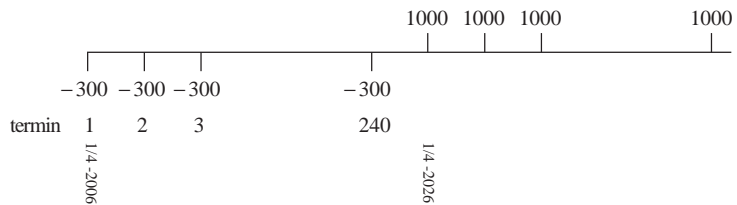
Eksemplet i dette afsnit stammer fra artiklen "TI-83 kan det hele..." af Jørgen Bondrop (Galaxen nr. 15, marts 1997)

Poul S. Nedich beslutter på sin 40-års dag, at nu skal der spares penge op til alderdommen. Han har ikke råd til de store summer, men aftaler med banken, at der skal indsættes 300 kr. hver måned i de næste 20 år. Pensionskassen laver en opstilling, som er baseret på 6% rente p.a. i opsparingsperioden.

Når Poul S. Nedich så bliver 60, skal han have månedlige udbetalinger, idet det opsparede beløb skal forrentes med 5% p.a. og udbetales med en fast månedlig pensionsydelse på 1000 kr.

Hvor længe kan Poul S. Nedich forvente at få pensionen udbetalt?

Først vil vi lave en tidslinje:



Der foretages i alt 240 indbetalinger á 300 kr., som forrentes med 6% p.a. Vi går ud fra, at 6% er den nominelle rente, og at rentetilskrivningen sker månedsvis. Saldoen umiddelbart efter den 240^{ende} indbetaling fremgår da af det første skærmbillede nedenfor.

I forbindelse med annuitetsopsparing betyder indstillingen **PMT: BEGIN** at saldoen udregnes én termin efter den sidste indbetaling (med uændret rente)

F1- Tools	F2 Compute
N=240.00	
I%=6.00	
PV=0.00	
PMT=-300.00	
FV=138612.27	
PpY=12.00	
CpY=12.00	
PMT:END BEGIN	
Future value	

F1- Tools	F2 Compute
N=240.00	
I%=6.00	
PV=0.00	
PMT=-300.00	
FV=139305.33	
PpY=12.00	
CpY=12.00	
PMT:END BEGIN	
Future value	

I det andet skærmbillede har vi foretaget samme beregning, men med indstillingen i sidste linje ændret til **BEGIN**.

For at forklare, hvad der sker her, skal vi regne en smule:

Saldoen umiddelbart efter den 240^{ende} indbetaling henstår til forrentning med 5% i én termin, før udbetalingen starter. Pr. 1/4-2026 er saldoen derfor i første omgang $138612.27 \cdot 1.005 = 139305.33$ kr., men det er jo præcis det resultat vi fik ovenfor da vi ændrede indstillingen i den nederste linje til **BEGIN**.

Den 1/4-2026 udbetales tillige 1000 kr., hvilket bringer saldoen ned på 138305.33 kr. Den resterende udbetaling kan opfattes som afvikling af et annuitetslån på 138305.33 kr. med en ydelse på 1000 kr. pr. måned og en nominal årlig rente på 5%:

F1+	F2
Tools	Compute
N=206.51	N=207.51
I%=5.00	I%=5.00
PU=-138305.33	PU=-139305.33
PMT=1000.00	PMT=1000.00
FV=0.00	FV=0.00
PpY=12.00	PpY=12.00
CpY=12.00	CpY=12.00
PMT:END BEGIN	PMT:END BEGIN
Number of payment periods	Number of payment periods

Idet den første udbetaling skal tælles med, kommer der alt i alt 207 udbetalinger á 1000 kr. og en reduceret sidste udbetaling.

På det andet skærmbillede har vi tildelt **FV** saldoen pr. 1/4-2026, uden at vi har trukket den første udbetaling fra. Desuden har vi ændret til **BEGIN** i den sidste linje. Dette har den effekt, at udbetalingen opfattes som afvikling af et annuitetslån på 139305.33 kr. med en ydelse på 1000 kr. pr. måned, hvor den første ydelse falder samtidig med at lånet optages.

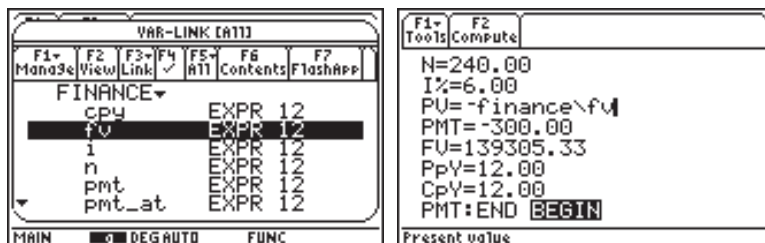
Hele opgaven kan således løses med to skærmbilleder:

F1+	F2
Tools	Compute
N=240.00	N=207.51
I%=6.00	I%=5.00
PU=0.00	PU=-139305.33
PMT=-300.00	PMT=1000.00
FV=139305.33	FV=0.00
PpY=12.00	PpY=12.00
CpY=12.00	CpY=12.00
PMT:END BEGIN	PMT:END BEGIN
Future value	Number of payment periods

Tildelingen af værdien -139305.33 til variabelen **PV** (det andet skærmbillede ovenfor) kan ske uden det store tastearbejde, og således at alle decimaler (også de skjulte) kommer med:

Lad os antage, at situationen er som på det første skærbillede ovenfor. Den værdi, der er i FV, skal flyttes op i PV:

Flyt markøren til linjen med PV, indtast et fortegnsminus (\ominus), tast [VAR-LINK] og vælg fv fra variabelisten:

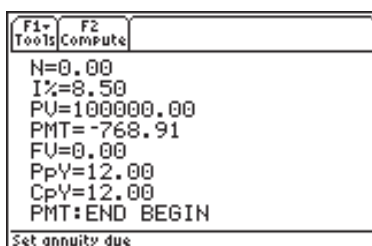


Så snart du flytter markøren, vil værdien i feltet PV blive udregnet.

Amortisering

Betragt et lån på 100000 kr. til 8.5% p.a., der skal afvikles ved en fast månedlig ydelse på 768.91 kr. Lav en amortiseringstabel for lånet.

Inden du går i gang, skal du have tildelt TVM-variablerne de givne oplysninger:



Det typiske udseende af en amortiseringstabel (fremstillet vha. et regneark) er:

	Hovedstol	PV	100000	
	Rente	l%	8,5	
	Ydelse	PMT	768,91	
Termin	Restgæld	Rente	Afdrag	Ny restgæld
1	100000,00	708,33	60,58	99939,42
2	99939,42	707,90	61,01	99878,42
3	99878,42	707,47	61,44	99816,98
4	99816,98	707,04	61,87	99755,11
5	99755,11	706,60	62,31	99692,80
6	99692,80	706,16	62,75	99630,04
7	99630,04	705,71	63,20	99566,85
8	99566,85	705,27	63,64	99503,20
9	99503,20	704,81	64,10	99493,10
10	99493,10	704,36	64,55	99374,56
11	99374,56	703,90	65,01	99309,55
12	99309,55	703,44	65,47	99244,08

Det er en lignende tabel, TI-89 Titanium/Voyage 200 skal producere. Til den ende findes 3 amortiseringsfunktioner bal , ΣPrn og ΣInt , der alle kan hentes i Catalog:

$bal(n)$

udregner balancen (restgælden) efter n 'te termin. Det må således forventes, at $bal(10)$ udregnes til 99374.56 (se amortiseringstabellen ovenfor):

Husk at finansfunktionerne findes i Catalog under $F3$ (Flash Apps)

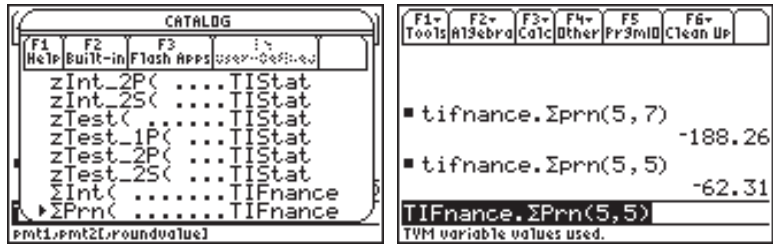


$\Sigma Prn(termin1, termin2)$

udregner, hvor meget der skal betales i afdrag fra termin1 til termin2, begge inklusive. Fx må $\Sigma Prn(5, 7)$ udregnes til 188.26 (check med tabellen).

Hvis $termin1 = termin2$, fås det afdrag, der skal betales den pågældende termin. Fx må $\Sigma Prn(5, 5)$ udregnes til 62.31.

Du finder nemmest ΣPrn ved i Catalog under Flash Apps at taste **a** og derefter blade op med \uparrow



Naturligvis kommer der et negativt fortegn på værdierne fra ΣPrn , idet det jo er beløb, der skal betales.

ΣInt (termin1, termin2)

udregner, hvor meget der skal betales i rente fra termin1 til termin2, begge inklusive. Fx må vi forvente, at $\Sigma Int(5, 7)$ udregnes til 2118.47 (check med tabellen ovenfor).

Hvis $termin1 = termin2$, må vi få den rente, der skal betales den pågældende termin. Fx må $\Sigma Int(5, 5)$ udregnes til 706.60.



Alt er nu klar til at lave amortiseringstabellen: Start med at indtaste i [Y=]-editoren, og indstil [TblSet] som vist nedenfor:



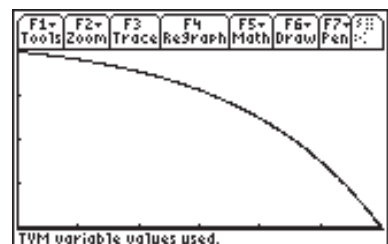
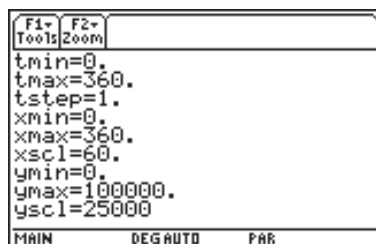
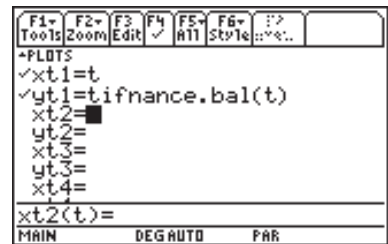
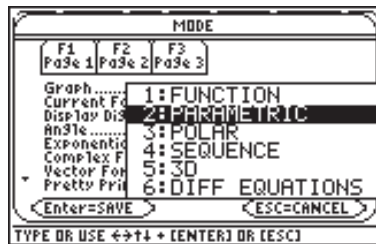
Tast [TABLE] og nedenstående amortiseringstabel fremkommer (klippet sammen af to skærm billeder):

F1- Tools	F2 Setup	F3 1:1:1:1	F4 2:2:2:2	F5 3:3:3:3	F6 4:4:4:4	F7 5:5:5:5	F8 6:6:6:6
x	y1	y2	y3	y4			
1.00	1.00e5	-708.3	-60.58	99939.			
2.00	99939.	-707.9	-61.01	99878.			
3.00	99878.	-707.5	-61.44	99817.			
4.00	99817.	-707.0	-61.87	99755.			
5.00	99755.	-706.6	-62.31	99693.			
x=1.							
MAIN		DEGAUTO		FUNC		:	

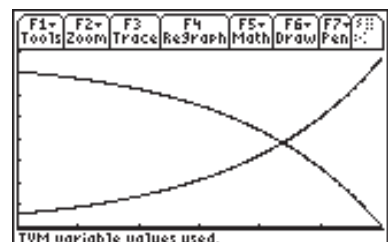
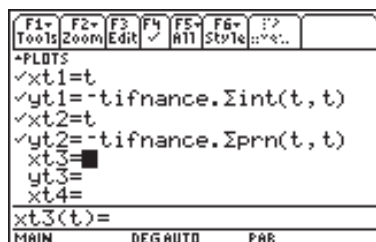
Du kan lave en grafisk illustration af afviklingsforløbet, men det kræver, at du benytter parameterkurver:

Først skal du taste [MODE], og i Graph skal du vælge 2:Parametric. Dernæst skal du indtaste parameterkurven i [Y=]-editoren og indstille vinduet, som vist. Et tryk på [GRAPH] tegner grafen:

Læg mærke til statuslinjen på det sidste skærmbillede TVM variable value used Det betyder, at de værdier, TVM-variablerne aktuelt har, er brugt i beregningen af $bal(x)$. Oversigt over værdierne finder du i TVM-solveren.



Helt tilsvarende kan vi grafisk illustrere rente- og ydelsesforløbet — vinduet er indstillet som før, blot er $y_{max}=800$ og $y_{sc1}=100$:



Nutidsværdi og rentabilitet

Om 10 terminer skal du betale 1000 kr. Hvad er værdien af dette beløb i dag (nutidsværdien)? Med andre ord, hvor stort et beløb skal du sætte til forrentning i dag, for at beløbet er vokset til 1000 kr. på 10 terminer, når den aktuelle rente er fx 5% pr. termin.

Formlen til bestemmelsen af dette er:

$$PV = FV \cdot (1 + i\%)^{-N}$$

der umiddelbart kan indtastes i hovedskærmen, TVM-Solveren kan dog også bruges:

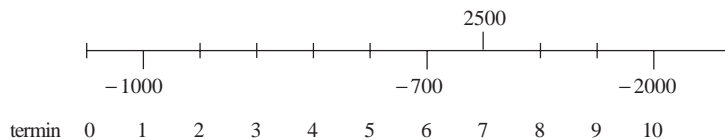
F1 Tools	F2 Algebra	F3 Calc	F4 Other	F5 Pr3mid	F6 Clean Up
■ 1000 · (1.05) ⁻¹⁰ 613.91					
1000*1.05^-10					
MAIN	DEG AUTO	FUNC	1/30		

F1 Tools	F2 Compute
N=10.00	
I%=5.00	
PV=613.91	
PMT=0.00	
FV=-1000.00	
PpY=1.00	
CpY=1.00	
PMT:END BEGIN	
Present value	

Noget mere besværligt bliver det i følgende situation:

Du skal betale 1000 kr. om 1 termin, 700 om 6 terminer samt 2000 kr. om 10 terminer. Om 7 terminer får du en indbetaling på 2500 kr. Hvad er den samlede nutidsværdi af disse beløb ?

Først vil vi lave en tidslinje, der viser pengestrømmen:



Til bestemmelse af den samlede nutidsværdi kan du selvfølgelig benytte TVM-Solveren 4 gange og addere de 4 resultater, der naturligvis skal gemmes undervejs. Det virker, men er ikke særlig fikst.

Ved at benytte omstående formel kan nutidsværdien beregnes til

$$-1000 \cdot 1.05^{-1} - 700 \cdot 1.05^{-6} + 2500 \cdot 1.05^7 - 2000 \cdot 1.05^{-10} = -925.85$$

Finance har et indbygget værktøj til beregning af nutidsværdi af en pengestrøm, nemlig finansfunktionen **npv**, der findes i Catalog under **Flash Apps**. **npv** står for *net present value*.

npv har en temmelig kompliceret syntaks:

$$\text{npv}(\text{R\%}, \text{CF}\emptyset, \text{CFList}[, \text{CFFreq}])$$

hvor

R% er den rente, kalkulationsrenten, der benyttes til bestemmelse af nutidsværdien.

CF \emptyset er det beløb, der skal betales her og nu (i termin 0). **CF \emptyset** er i eksemplet ovenfor 0.

CFList er en liste, der i rækkefølge rummer beløbene i pengestrømmen. Hvis der hverken sker indbetaling eller udbetaling i en termin, skal der være et 0 i listen det pågældende sted. Listen bliver i eksemplet ovenfor:

$$\{-1000, 0, 0, 0, 0, -700, 2500, 0, 0, -2000\}$$

CFFreq er en liste, hvor frekvensen af de enkelte beløb kan angives. Dette er specielt nyttigt, hvis der er mange ens beløb (i rækkefølge). I eksemplet ovenfor kan **CFList** angives således:

$$\{-1000, 0, -700, 2500, 0, -2000\}$$

hvis **CFFreq** samtidig angives til

$$\{1, 4, 1, 1, 2, 1\}$$

De kantede parenteser [] om **CFFreq** betyder, at du selv må bestemme, om du vil angive en frekvensliste. Hvis du ikke gør det, vil maskinen gå ud fra, at alle frekvenserne er 1.

Du kan naturligvis indtaste listerne direkte i **npv** funktionen, men ved lange lister bliver dette let uoverskueligt. Det kan derfor være en god idé at gemme listen i én af de standardlister (**list1** - **list6**) Stats/List-editoren stiller til rådighed, og bruge denne i **npv** funktionen:

F1- Tools	F2- A13&bra	F3- Calc	F4- Other	F5- Pr3mid	F6- Clean Up
<pre> ■ (-1000 0 0 0 0 -70) (-1000 0 0 0 0 -70) ...00,2500,0,0,-2000)+list1 </pre>					
MAIN			DEGAUTO		FUNC 1/30

F1- Tools	F2- A13&bra	F3- Calc	F4- Other	F5- Pr3mid	F6- Clean Up
<pre> ■ (-1000 0 0 0 0 -70) (-1000 0 0 0 0 -70) ■ tfinance.npv(5,0,list1) -925.85 TIFinance.npv(5,0,list1) </pre>					
MAIN			DEGAUTO		FUNC 2/30

Et endnu bedre overblik over tallene kan opnås, hvis listen indtastes i Stats/List Editor:

Stats/List Editoren hentes på Apps skrivebordet (tast **APPS**). Har du ikke Stats/List editoren installeret, må du downloade applikationen fra TI's hjemmeside.

F1- Tools	F2- Plots	F3- List	F4- Calc	F5- Distr	F6- Tests	F7- Ints
list1	list2	list3	list4			
-1000						
0						
0						
0						
0						
-700						
list1=(-1000,0,0,0,0,-700...						
MAIN			DEGAUTO		FUNC 1/6	

Din liste allerede ligger i første kolonne (list1). Slet indholdet af list1: Placer markøren på kolonnenavnet (list1) og tast **CLEAR**[ENTER].

Indtast nu tallene -1000,0, -700,2500,0, -2000 i list1 og frekvenserne 1,4,1,1,2,1 i list2. Nutidsværdien kan da beregnes i hovedskærmen ved `npv(5,0,list1,list2)`:

F1- Tools	F2- Plots	F3- List	F4- Calc	F5- Distr	F6- Tests	F7- Ints
list1	list2	list3	list4			
-1000	1					
0	4					
-700	1					
2500	1					
0	2					
-2000	1					
list2[6]=1						
MAIN			DEGAUTO		FUNC 2/6	

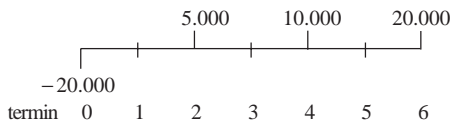
F1- Tools	F2- A13&bra	F3- Calc	F4- Other	F5- Pr3mid	F6- Clean Up
<pre> ■ tfinance.npv(5,0,list1, -925.85 ...nce.npv(5,0,list1,list2) </pre>					
MAIN			DEGAUTO		FUNC 1/30

En investering på 20.000 kr. i et projekt vil om 2 år afkaste 5.000 kr., om 4 år 10.000 kr. og om 6 år 20.000 kr. Alternativt kan de 20.000 kr. placeres til 14% p.a.

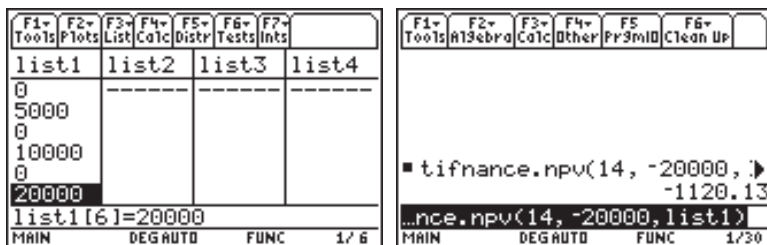
Vil investeringen være rentabel?

Hvor stor skal renten være, for at nutidsværdien af pengestrømmen er 0?

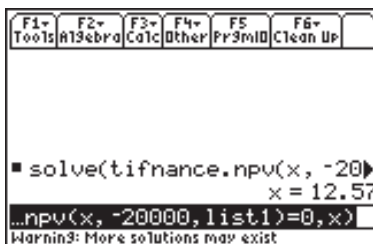
En tidslinje, der viser pengestrømmen, ser således ud:



Hvis investeringen skal være rentabel, skal nutidsværdien af ovenstående pengestrøm være positiv. Investeringen er altså ikke rentabel:



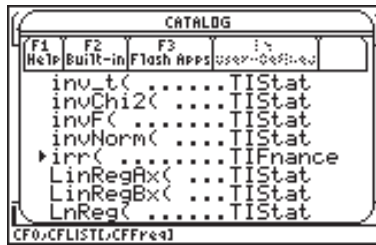
For at bestemme den rente, der giver en nutidsværdi på 0, skal du løse ligningen $npv(X, -20000, list1) = 0$. Dette klarer vi i hovedskærmen med solve:



Efter nogen tid fås resultatet 12.57%.

Der findes dog en langt nemmere og hurtigere vej til dette resultat idet der er en indbygget finansfunktion `irr` netop til dette formål. `irr` er en forkortelse af internal rate of return, hvilket er det samme som det, der på dansk kaldes den interne rente.

`irr` har syntaksen `irr(CF0, CFList[, CFFreq])`, hvor `CF0` og `CFList` har den sædvanlige betydning. Alt, der behøves for at bestemme den interne rente, er da:



En investering på 50000 kr. i et værdipapir, giver et afkast på 5000 kr. pr. halvår i 10 år, første gang et år efter investeringen er foretaget. Hvad skal den alternative placeringsrente være for at investeringen er rentabel ?

Opgaven løses ved at bestemme den interne rente, idet investeringen er rentabel, hvis den alternative placeringsrente er mindre end den interne rente (læg mærke til indtastningen af pengestrømmen):

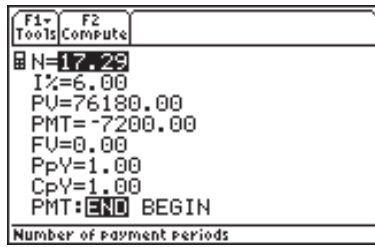


Et annuitetslån (det gamle lån) har på en given terminsdag en restgæld på 76180 kr., hvor der halvårligt tilskrives 6% i renter, og hvor den halvårige ydelse er 7200 kr.

På den givne terminsdag er det muligt at indfri dette lån til kurs 83.6. Indfrielsen kan finansieres ved at optage et nyt lån på $0.836 \cdot 76180$ kr. = 63686.48 kr. Det nye lån har halvårlige terminer med terminsrenten 8%.

Vil det være fordelagtigt at indfri det gamle lån ved at optage det nye ?

Det gamle lån har en restløbetid på 17.29 terminer. Dvs. der mangler 17 hele terminsydelser og en 18. ydelse, der er på 2122.87 kr.:



Nutidsværdien af denne pengestrøm med det nye låns rente som kalkulationsrente bestemmes som

$$\text{irr}(8, 0, \{7200, 2122.87\}, \{17, 1\})$$



Dette beløb svarer til, hvad der i dag kan lånes (på nylånspræmisses) mod at betale de fremtidige ydelser på det gamle lån. Da dette beløb er større end det beløb (63686.48 kr.), der skal til for at indfri det gamle lån, er det fordelagtigt at skifte til det nye lån.